Test a scelta multipla: come valutare?
Qualche considerazione

Simone Zuccher*

22 settembre 2011

1 Uno strumento utile

Dovendo insegnare discipline che prevedono solo due ore settimanali, con voto unico orale, in classi composte da una trentina di alunni, un docente si pone una questione: come posso arrivare allo scrutinio con un numero ragionevole di voti per ciascuno studente (ottenuti tramite interrogazione orale) e, allo stesso tempo, spiegare e correggere esercizi in classe, tenere un dialogo con gli alunni, considerando anche che perderò delle ore per progetti, uscite didattiche e quant'altro di imprevisto?

I test a scelta multipla sembrano essere, in questo caso, uno strumento utile da usare in parallelo o in sostituzione (se permesso) dell'interrogazione alla lavagna in quanto possono fornire una valutazione piuttosto *oggettiva* con tempi di correzione relativamente *rapidi*. Chiaramente, preparare un test a scelta multipla non è affatto un compito semplice e veloce, anzi. Qui non ci occupiamo della preparazione del test (la letteratura in questo campo è molto vasta), ma solo della sua valutazione.

Correggere un test a scelta multipla è semplice, al punto che può essere fatto in modo automatico confrontando la tabella delle risposte date dallo studente con la tabella delle risposte esatte. Definire un punteggio che tenga conto del fatto che uno studente potrebbe indovinare una risposta corretta pur non avendo la ben che minima idea di come arrivarci è un po' più difficile; passare dal punteggio totale al voto delle verifica (un numero tra 1 e 10) è ancora più arduo. Mi permetto, nel seguito, di considerare qualche opzione.

2 Scelta del punteggio per ogni risposta corretta, errata, non data

Consideriamo un questionario a scelta multipla in cui, per ogni domanda, *una sola scelta* tra quelle proposte sia corretta. L'idea di base è che uno studente che *non sa come rispondere* ad una delle domande abbia due possibilità:
1) sparare completamente a caso la risposta;
2) lasciare la risposta in bianco.
Comunque sia, indovinare casualmente una risposta o lasciare il quesito in bianco deve comportare un punteggio nullo in quanto la *mancanza di conoscenza* non può portare ad un incremento di punteggio. Con questa idea, cerchiamo di capire come valutare un quesito tenendo conto che lo studente potrebbe indovinare pur non conoscendo la risposta. Siano:

N:	numero di scelte possibili per ogni quesito (solitamente 4 o 5)
c:	punteggio assegnato per ogni risposta corretta ($c > 0$)
q:	*frazione* del punteggio c tolta per ogni risposta sbagliata ($q < 0$)
$p_c = 1/N$:	probabilità di scegliere a caso la risposta corretta
$p_s = (N-1)/N$:	probabilità di scegliere a caso una risposta sbagliata.

*E-mail: zuccher@sci.univr.it; web page: http://profs.sci.univr.it/∼zuccher/

I punteggi sono quindi:

c se la risposta è corretta

0 se il quesito è lasciato in bianco

qc se la risposta è sbagliata (si ricordi che $q < 0$).

Il *punteggio più probabile per una risposta data a caso* avendo N scelte di cui una sola è corretta è:

$$p = cp_c + qcp_s = c\left(\frac{1}{N} + q\frac{N-1}{N}\right).$$

Se si vuole che il punteggio della risposta indovinata a caso sia uguale a quello del quesito lasciato in bianco (ossia zero), deve essere:

$$c\left(\frac{1}{N} + q\frac{N-1}{N}\right) = 0 \quad \Rightarrow \quad q = -\frac{1}{N-1}.$$

Per esempio, se ogni quesito prevede 4 scelte ($N = 4$), allora $q = -1/3$. Se il punteggio per la risposta corretta è $c = 3$, allora per ogni risposta sbagliata il punteggio deve essere $rc = -1$. Se il punteggio per la risposta corretta è $c = 5$, allora per ogni risposta sbagliata il punteggio deve essere $rc = -5/3 = -1.667$. Si osservi che, per rendere veloce la correzione ed evitare di dover fare i conti con frazioni strane o numeri decimali, si può decidere di togliere sempre un punto per ogni risposta sbagliata, ossia $qc = -1$. In questo caso, per ogni risposta corretta bisogna dare punteggio $c = N - 1$, infatti

$$qc = -1 \quad \Rightarrow \quad -\frac{1}{N-1}c = -1 \quad \Rightarrow \quad \frac{c}{N-1} = 1 \quad \Rightarrow \quad c = N - 1.$$

Fissato il punteggio -1 per la risposta sbagliata, i punteggi per ogni quesito che preveda N scelte sono quindi:

$N - 1$ se la risposta è corretta

0 se il quesito è lasciato in bianco

-1 se la risposta è sbagliata.

Per esempio, se le scelte possibili per ogni quesito sono 5, i punteggi saranno: 4 per ogni risposta corretta, 0 per ogni risposta non data, -1 per ogni risposta sbagliata.

Si ricordi che questi *punteggi devono essere scritti sul foglio dei quesiti in modo chiaro ed evidente* e che il punteggio negativo dato alla risposta sbagliata serve come deterrente contro il tentativo di indovinare casualmente la risposta.

3 Dal *punteggio* al *voto*

Distinguiamo tra il *punteggio* della prova, che indichiamo con P ed il *voto*, che indichiamo con V. Il primo è la somma dei punteggi ottenuti nei singoli quesiti, mentre il secondo è il numero che viene scritto sul registro (in Italia un numero tra 1 e 10). Cerchiamo una relazione *sensata* che leghi V a P, ovvero la funzione

$$V = V(P).$$

Se il numero totale di quesiti è N_q, allora il punteggio massimo realizzabile da uno studente è $P_{\max} = cN_q$, mentre il punteggio realizzato da uno studente che, non sapendo nulla, ha preferito lasciare tutto in bianco è 0. Se, invece, tutte le risposte sono sbagliate il punteggio è $P = qcN_q$ ($qcN_q < 0$ essendo $q < 0$), mentre se tutte le risposte sono state date a caso, il punteggio più probabile è 0.

Per passare dal punteggio al voto ci sono almeno 2 opzioni:

1. fissare il voto minimo, ossia quello da assegnare a chi ha consegnato in bianco ed ottenuto come punteggio totale zero, ed il voto massimo, ossia quello da assegnare a chi ha risposto correttamente a tutti i quesiti totalizzando il massimo punteggio $P_{\max}$;

2. fissare, oltre al voto minimo e massimo, anche la *soglia della sufficienza* come una certa frazione (o percentuale) del punteggio massimo.

3.1 Voto minimo e voto massimo fissati

Siano:

V_{min}:	voto minimo ammissibile (tipicamente 1)
V_{max}:	voto massimo ammissibile (tipicamente 10)
N_q:	numero totale dei quesiti
N_c:	numero di risposte corrette
N_s:	numero di risposte sbagliate
P_{min}:	punteggio minimo, per chi consegna in bianco (tipicamente 0)
$P = cN_c + qcN_c$:	punteggio totale
$P_{\text{max}} = cN_q$:	punteggio massimo, per chi risponde correttamente a tutti i quesiti.

Per calcolare il voto V noto il punteggio P basta interpolare linearmente:

$$V - V_{\text{min}} = \frac{V_{\text{max}} - V_{\text{min}}}{P_{\text{max}} - P_{\text{min}}} (P - P_{\text{min}}).$$

Nel caso particolare $V_{\text{min}} = 1$, $V_{\text{max}} = 10$ e $P_{\text{min}} = 0$, la formula si riduce a

$$V = 1 + 9\frac{P}{P_{\text{max}}}.$$

Si osservi che, supponendo che il voto corrispondente alla soglia della sufficienza sia 6 (come è in Italia), il punteggio P_{suff} per raggiungerla si ottiene da

$$6 = 1 + 9\frac{P_{\text{suff}}}{P_{\text{max}}} \quad \Rightarrow \quad 9\frac{P_{\text{suff}}}{P_{\text{max}}} = 5 \quad \Rightarrow \quad P_{\text{suff}} = \frac{5}{9}P_{\text{max}}.$$

Si dice che la soglia della sufficienza è $5/9 \approx 55.6\%$.

3.2 Voto minimo, voto massimo e soglia della sufficienza fissati

Siano q_{suff} la frazione del punteggio massimo corrispondente alla soglia della sufficienza (per esempio, se la soglia della sufficienza è $5/9$ allora $q_{\text{suff}} = 5/9$) e V_{suff} il voto corrispondente alla sufficienza (in Italia, $V_{\text{suff}} = 6$). Il punteggio corrispondente alla soglia della sufficienza è, quindi, $P_{\text{suff}} = q_{\text{suff}}P_{\text{max}}$. Siccome la funzione $V = V(P)$ che dà il voto V in funzione del punteggio P deve soddisfare 3 vincoli, essa non può essere una banale interpolazione lineare. Le due opzioni più semplici sono o un'interpolazione lineare a tratti (due rette diverse, una prima e una dopo la soglia della sufficienza), oppure un'interpolazione parabolica.

3.2.1 Interpolazione lineare a tratti

Per il tratto di punteggio inferiore o uguale alla soglia della sufficienza si ha

$$V - V_{\text{min}} = \frac{V_{\text{suff}} - V_{\text{min}}}{P_{\text{suff}} - P_{\text{min}}} (P - P_{\text{min}}) \quad \Rightarrow \quad V = V_{\text{min}} + \frac{V_{\text{suff}} - V_{\text{min}}}{q_{\text{suff}}P_{\text{max}} - P_{\text{min}}} (P - P_{\text{min}}).$$

Se $V_{\text{min}} = 1$, $V_{\text{suff}} = 6$ e $P_{\text{min}} = 0$, la formula si riduce a

$$V = 1 + \frac{5}{q_{\text{suff}}}\frac{P}{P_{\text{max}}}.$$

Nel tratto di punteggio oltre la sufficienza si ha

$$V - V_{\text{suff}} = \frac{V_{\text{max}} - V_{\text{suff}}}{P_{\text{max}} - P_{\text{suff}}} (P - P_{\text{suff}}) \quad \Rightarrow \quad V = V_{\text{suff}} + \frac{V_{\text{max}} - V_{\text{suff}}}{P_{\text{max}} - q_{\text{suff}}P_{\text{max}}} (P - q_{\text{suff}}P_{\text{max}}),$$

da cui

$$V = V_{\text{suff}} + \frac{V_{\max} - V_{\text{suff}}}{1 - q_{\text{suff}}} \left(\frac{P}{P_{\max}} - q_{\text{suff}} \right).$$

Se $V_{\max} = 10$ e $V_{\text{suff}} = 6$ la formula si riduce a

$$V = 6 + \frac{4}{1 - q_{\text{suff}}} \left(\frac{P}{P_{\max}} - q_{\text{suff}} \right).$$

In conclusione, la funzione $V = V(P)$ è

$$V(P) = \begin{cases} 1 + \dfrac{5}{q_{\text{suff}}} \dfrac{P}{P_{\max}} & \text{se} \quad \dfrac{P}{P_{\max}} \leq q_{\text{suff}} \\[2ex] 6 + \dfrac{4}{1 - q_{\text{suff}}} \left(\dfrac{P}{P_{\max}} - q_{\text{suff}} \right) & \text{se} \quad \dfrac{P}{P_{\max}} > q_{\text{suff}}. \end{cases}$$

3.2.2 Interpolazione parabolica

Consideriamo la dipendenza di V da P di tipo parabolico,

$$V(P) = aP^2 + bP + c,$$

e determiniamo i coefficienti a, b, c in modo che la curva passi per i tre punti

$$A(P_{\min}; V_{\min}) \qquad B(P_{\text{suff}}; V_{\text{suff}}) \qquad C(P_{\max}; V_{\max}).$$

Imponendo i tre vincoli si ottiene il sistema lineare di tre equazioni in tre incognite

$$\begin{cases} V_{\min} = aP_{\min}^2 + bP_{\min} + c \\ V_{\text{suff}} = aP_{\text{suff}}^2 + bP_{\text{suff}} + c \\ V_{\max} = aP_{\max}^2 + bP_{\max} + c, \end{cases}$$

che risolto dà

$$\begin{cases} a = \frac{P_{\max} V_{\text{suff}} - P_{\min} V_{\text{suff}} - P_{\text{suff}} V_{\max} + P_{\min} V_{\max} + V_{\min} P_{\text{suff}} - V_{\min} P_{\max}}{(P_{\max} - P_{\min})(P_{\text{suff}} - P_{\min})(P_{\text{suff}} - P_{\max})} \\ b = -\frac{P_{\max}^2 V_{\text{suff}} - P_{\min}^2 V_{\text{suff}} - P_{\text{suff}}^2 V_{\max} + P_{\min}^2 V_{\max} + V_{\min} P_{\text{suff}}^2 - V_{\min} P_{\max}^2}{(P_{\max} - P_{\min})(P_{\text{suff}} - P_{\min})(P_{\text{suff}} - P_{\max})} \\ c = \frac{P_{\min} P_{\max}^2 V_{\text{suff}} - P_{\min}^2 P_{\max} V_{\text{suff}} - P_{\min} P_{\text{suff}}^2 V_{\max} + P_{\min}^2 P_{\text{suff}} V_{\max} + V_{\min} P_{\max} P_{\text{suff}}^2 - V_{\min} P_{\max}^2 P_{\text{suff}}}{(P_{\max} - P_{\min})(P_{\text{suff}} - P_{\min})(P_{\text{suff}} - P_{\max})} \end{cases}$$

Nel caso particolare $P_{\min} = 0$, $V_{\min} = 1$, $V_{\text{suff}} = 6$ e $V_{\max} = 10$, i coefficienti si riducono a

$$\begin{cases} a = \dfrac{9P_{\text{suff}} - 5P_{\max}}{P_{\max} P_{\text{suff}} (P_{\max} - P_{\text{suff}})} \\[2ex] b = \dfrac{5P_{\max}^2 - 9P_{\text{suff}}^2}{P_{\max} P_{\text{suff}} (P_{\max} - P_{\text{suff}})} \\[2ex] c = 1, \end{cases}$$

ma ricordando che $P_{\text{suff}} = q_{\text{suff}} P_{\max}$, si ottiene

$$\begin{cases} a = \dfrac{9q_{\text{suff}} P_{\max} - 5P_{\max}}{P_{\max} q_{\text{suff}} P_{\max} (P_{\max} - q_{\text{suff}} P_{\max})} \\[2ex] b = \dfrac{5P_{\max}^2 - 9q_{\text{suff}}^2 P_{\max}^2}{P_{\max} q_{\text{suff}} P_{\max} (P_{\max} - q_{\text{suff}} P_{\max})} \\[2ex] c = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = \dfrac{9q_{\text{suff}} - 5}{q_{\text{suff}} (1 - q_{\text{suff}}) P_{\max}^2} \\[2ex] b = \dfrac{5 - 9q_{\text{suff}}^2}{q_{\text{suff}} (1 - q_{\text{suff}}) P_{\max}} \\[2ex] c = 1 \end{cases}$$

In conclusione, l'interpolazione parabolica fornisce la funzione

$$V(P) = \frac{9q_{\text{suff}} - 5}{q_{\text{suff}}(1 - q_{\text{suff}})} \left(\frac{P}{P_{\text{max}}}\right)^2 + \frac{5 - 9q_{\text{suff}}^2}{q_{\text{suff}}(1 - q_{\text{suff}})} \left(\frac{P}{P_{\text{max}}}\right) + 1.$$

Si osservi che l'interpolazione parabolica si riduce a quella lineare (si veda la sezione 3.1) se il coefficiente del termine di secondo grado è nullo, ossia se

$$\frac{9q_{\text{suff}} - 5}{q_{\text{suff}}(1 - q_{\text{suff}})} = 0.$$

Questo implica

$$9q_{\text{suff}} - 5 = 0 \quad \Rightarrow \quad q_{\text{suff}} = \frac{5}{9} \quad \Rightarrow \quad \frac{5 - 9q_{\text{suff}}^2}{q_{\text{suff}}(1 - q_{\text{suff}})} = 9,$$

da cui

$$V(P) = 9\frac{P}{P_{\text{max}}} + 1,$$

che è proprio il risultato precedentemente trovato nel caso lineare.
Per quanto riguarda la scelta tra interpolazione parabolica e lineare a tratti, si osservi che, siccome $0 < q_{\text{suff}} < 1$, la parabola è rivolta verso l'alto se

$$\frac{9q_{\text{suff}} - 5}{q_{\text{suff}}(1 - q_{\text{suff}})} > 0 \quad \Rightarrow \quad q_{\text{suff}} > \frac{5}{9},$$

mentre è rivolta verso il basso se $q_{\text{suff}} < 5/9$. Questo significa che se si sceglie la soglia della sufficienza $q_{\text{suff}} > 5/9$ allora i voti ottenuti dall'interpolazione parabolica sono sicuramente inferiori a quelli ottenuti con l'interpolazione lineare a tratti, mentre se $q_{\text{suff}} < 5/9$ i voti ottenuti dall'interpolazione parabolica sono sicuramente superiori a quelli ottenuti con l'interpolazione lineare a tratti.

4 Qualche considerazione

In figura 1 sono riportate, al variare della soglia della sufficienza q_{suff}, l'interpolazione lineare a tratti (linee rosse) e quella parabolica (linee nere). Il caso $q_{\text{suff}} = 5/9$ corriponde, come detto, all'interpolazione lineare semplice (linea blu). Le linee verdi servono come riferimento.

Per $q_{\text{suff}} = 5/10$ (soglia della sufficienza al 50%) c'è poca differenza tra il caso lineare a tratti e parabolico, comunque la parabola è sopra le due rette. Per $q_{\text{suff}} = 5/9$ (soglia della sufficienza al 55.56%) l'interpolazione lineare a tratti e quella parabolica collassano sull'interpolazione semplice. Per $q_{\text{suff}} = 6/10$ (soglia della sufficienza al 60%) c'è poca differenza tra il caso lineare a tratti e parabolico, comunque la parabola è sotto le due rette. Per $q_{\text{suff}} = 2/3$ (soglia della sufficienza al 66.67%) e $q_{\text{suff}} = 7/10$ (soglia della sufficienza al 70%) la differenza tra il caso lineare a tratti e parabolico aumenta con la parabola costantemente sotto le due rette.

La soglia della sufficienza nei test a scelta multipla è, in generale, sempre al di sopra del 50%, per cui ci limitiamo a confrontare i casi in cui $q_{\text{suff}} \geq 5/9$. Si osservi che l'interpolazione parabolica fornisce, a parità di punteggio, i voti più bassi tra le varie opzioni e che diventa particolarmente penalizzante all'aumentare di q_{suff}, soprattutto per punteggi inferiori alla soglia della sufficienza. Per questo motivo, forse, è meglio non applicare l'interpolazione parabolica. D'altra parte, l'interpolazione lineare semplice non permette di far variare la soglia della sufficienza. Questo può essere un limite per gli insegnanti in quanto durante la correzione capita spesso (soprattutto nelle discipline scientifiche) di ritrovarsi molti voti insufficienti (i motivi possono essere diversi, non da ultimo un test troppo difficile o troppo poco tempo a disposizione degli studenti). Avere un parametro libero che permetta di variare i voti in relazione all'andamento generale della classe è quindi un vantaggio non indifferente per chi valuta un test a scelta multipla in ambito scolastico.

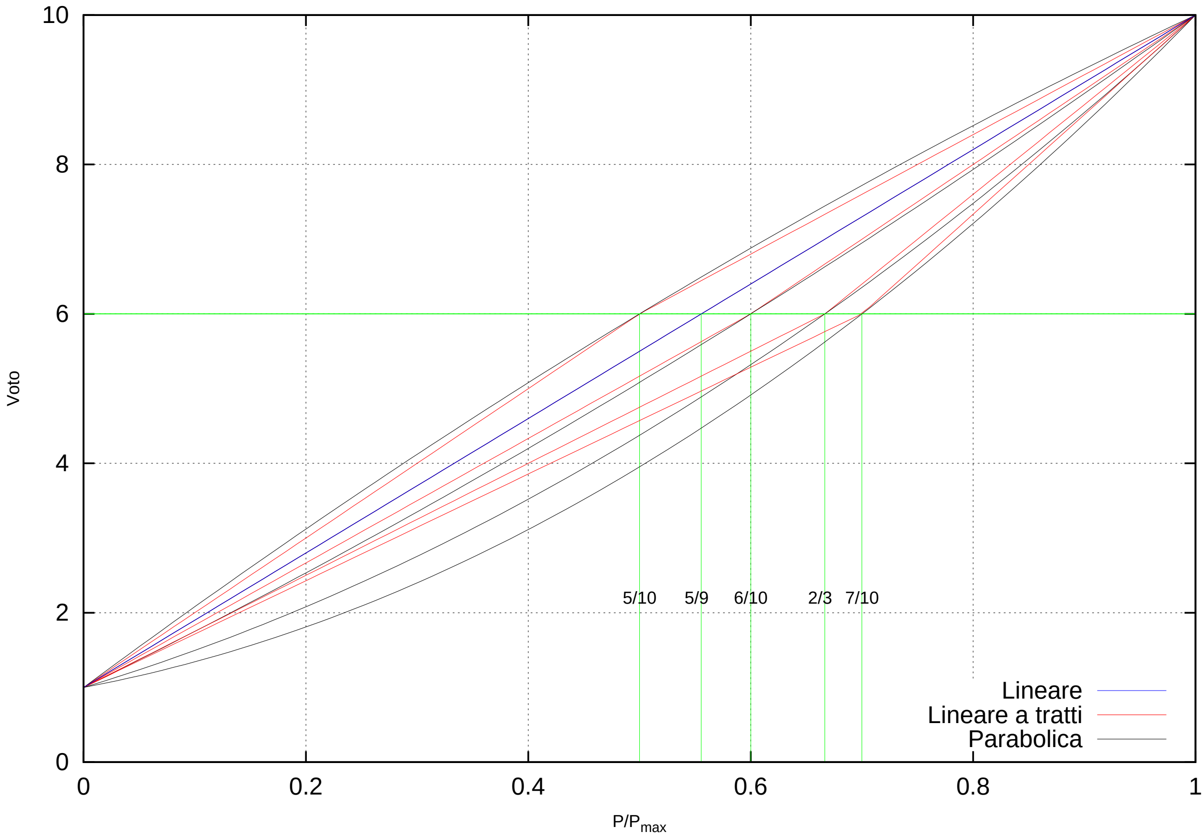

Figura 1: Confronto tra i vari metodi per la scelta del voto al variare della soglia della sufficienza q_{suff}.

5 Conclusioni

Per ogni quesito che preveda N scelte si consiglia di assegnare i seguenti punteggi:

$N-1$	se la risposta è corretta
0	se il quesito è lasciato in bianco
-1	se la risposta è sbagliata.

Una volta calcolato il punteggio totale P come somma dei singoli punteggi ed il punteggio massimo P_{max} realizzabile rispondendo correttamente a tutti i quesiti, si consiglia di scegliere il voto (compreso tra 1 e 10) secondo il criterio

$$V(P) = \begin{cases} 1 + \dfrac{5}{q_{\text{suff}}} \dfrac{P}{P_{\text{max}}} & \text{se} \quad \dfrac{P}{P_{\text{max}}} \leq q_{\text{suff}} \\[2ex] 6 + \dfrac{4}{1 - q_{\text{suff}}} \left(\dfrac{P}{P_{\text{max}}} - q_{\text{suff}} \right) & \text{se} \quad \dfrac{P}{P_{\text{max}}} > q_{\text{suff}}, \end{cases}$$

essendo q_{suff} la soglia della sufficienza. Si consiglia $5/9 \leq q_{\text{suff}} \leq 7/10$, dipendetemente dal numero di insufficienze presenti.

In tabella 1 sono riportati i punteggi totali (percentuali) in relazione al voto al variare della soglia della sufficienza q_{suff} (si ricordi che $q_{\text{suff}} = 5/9$ equivale all'interpolazione lineare semplice).

$q_{\text{suff}} = 5/9$	
Punteggio	Voto
$0.00\% \leq P/P_{\max} < 2.78\%$	1.0
$2.78\% \leq P/P_{\max} < 8.33\%$	1.5
$8.33\% \leq P/P_{\max} < 13.89\%$	2.0
$13.89\% \leq P/P_{\max} < 19.44\%$	2.5
$19.44\% \leq P/P_{\max} < 25.00\%$	3.0
$25.00\% \leq P/P_{\max} < 30.56\%$	3.5
$30.56\% \leq P/P_{\max} < 36.11\%$	4.0
$36.11\% \leq P/P_{\max} < 41.67\%$	4.5
$41.67\% \leq P/P_{\max} < 47.22\%$	5.0
$47.22\% \leq P/P_{\max} < 52.78\%$	5.5
$52.78\% \leq P/P_{\max} < 58.33\%$	6.0
$58.33\% \leq P/P_{\max} < 63.89\%$	6.5
$63.89\% \leq P/P_{\max} < 69.44\%$	7.0
$69.44\% \leq P/P_{\max} < 75.00\%$	7.5
$75.00\% \leq P/P_{\max} < 80.56\%$	8.0
$80.56\% \leq P/P_{\max} < 86.11\%$	8.5
$86.11\% \leq P/P_{\max} < 91.67\%$	9.0
$91.67\% \leq P/P_{\max} < 97.22\%$	9.5
$97.22\% \leq P/P_{\max} \leq 100.00\%$	10.0

$q_{\text{suff}} = 6/10$	
Punteggio	Voto
$0.00\% \leq P/P_{\max} < 3.00\%$	1.0
$3.00\% \leq P/P_{\max} < 9.00\%$	1.5
$9.00\% \leq P/P_{\max} < 15.00\%$	2.0
$15.00\% \leq P/P_{\max} < 21.00\%$	2.5
$21.00\% \leq P/P_{\max} < 27.00\%$	3.0
$27.00\% \leq P/P_{\max} < 33.00\%$	3.5
$33.00\% \leq P/P_{\max} < 39.00\%$	4.0
$39.00\% \leq P/P_{\max} < 45.00\%$	4.5
$45.00\% \leq P/P_{\max} < 51.00\%$	5.0
$51.00\% \leq P/P_{\max} < 57.00\%$	5.5
$57.00\% \leq P/P_{\max} < 62.50\%$	6.0
$62.50\% \leq P/P_{\max} < 67.50\%$	6.5
$67.50\% \leq P/P_{\max} < 72.50\%$	7.0
$72.50\% \leq P/P_{\max} < 77.50\%$	7.5
$77.50\% \leq P/P_{\max} < 82.50\%$	8.0
$82.50\% \leq P/P_{\max} < 87.50\%$	8.5
$87.50\% \leq P/P_{\max} < 92.50\%$	9.0
$92.50\% \leq P/P_{\max} < 97.50\%$	9.5
$97.50\% \leq P/P_{\max} \leq 100.00\%$	10.0

$q_{\text{suff}} = 2/3$	
Punteggio	Voto
$0.00\% \leq P/P_{\max} < 3.33\%$	1.0
$3.33\% \leq P/P_{\max} < 10.00\%$	1.5
$10.00\% \leq P/P_{\max} < 16.67\%$	2.0
$16.67\% \leq P/P_{\max} < 23.33\%$	2.5
$23.33\% \leq P/P_{\max} < 30.00\%$	3.0
$30.00\% \leq P/P_{\max} < 36.67\%$	3.5
$36.67\% \leq P/P_{\max} < 43.33\%$	4.0
$43.33\% \leq P/P_{\max} < 50.00\%$	4.5
$50.00\% \leq P/P_{\max} < 56.67\%$	5.0
$56.67\% \leq P/P_{\max} < 63.33\%$	5.5
$63.33\% \leq P/P_{\max} < 68.75\%$	6.0
$68.75\% \leq P/P_{\max} < 72.92\%$	6.5
$72.92\% \leq P/P_{\max} < 77.08\%$	7.0
$77.08\% \leq P/P_{\max} < 81.25\%$	7.5
$81.25\% \leq P/P_{\max} < 85.42\%$	8.0
$85.42\% \leq P/P_{\max} < 89.58\%$	8.5
$89.58\% \leq P/P_{\max} < 93.75\%$	9.0
$93.75\% \leq P/P_{\max} < 97.92\%$	9.5
$97.92\% \leq P/P_{\max} \leq 100.00\%$	10.0

$q_{\text{suff}} = 7/10$	
Punteggio	Voto
$0.00\% \leq P/P_{\max} < 3.50\%$	1.0
$3.50\% \leq P/P_{\max} < 10.50\%$	1.5
$10.50\% \leq P/P_{\max} < 17.50\%$	2.0
$17.50\% \leq P/P_{\max} < 24.50\%$	2.5
$24.50\% \leq P/P_{\max} < 31.50\%$	3.0
$31.50\% \leq P/P_{\max} < 38.50\%$	3.5
$38.50\% \leq P/P_{\max} < 45.50\%$	4.0
$45.50\% \leq P/P_{\max} < 52.50\%$	4.5
$52.50\% \leq P/P_{\max} < 59.50\%$	5.0
$59.50\% \leq P/P_{\max} < 66.50\%$	5.5
$66.50\% \leq P/P_{\max} < 71.87\%$	6.0
$71.87\% \leq P/P_{\max} < 75.62\%$	6.5
$75.62\% \leq P/P_{\max} < 79.37\%$	7.0
$79.37\% \leq P/P_{\max} < 83.12\%$	7.5
$83.12\% \leq P/P_{\max} < 86.88\%$	8.0
$86.88\% \leq P/P_{\max} < 90.63\%$	8.5
$90.63\% \leq P/P_{\max} < 94.38\%$	9.0
$94.38\% \leq P/P_{\max} < 98.12\%$	9.5
$98.12\% \leq P/P_{\max} \leq 100.00\%$	10.0

Tabella 1: Interpolazione lineare a tratti: tabelle dei punteggi totali in relazione al voto al variare della soglia della sufficienza q_{suff} ($q_{\text{suff}} = 5/9$ equivale all'interpolazione lineare semplice).