Dinamica dei Fluidi
Lezione 02 – a.a. 2009-2010

Simone Zuccher

28 Aprile 2010

Nota. Queste pagine potrebbero contenere degli errori: chi li trova è pregato di segnalarli all'autore (zuccher@sci.univr.it).

1 Risoluzione numerica dell'equazione di Blasius

L'equazione di Blasius

$$f''' + \frac{1}{2} f f'' = 0 \tag{1.1}$$

e le relative condizioni al contorno

$$f(0) = f'(0) = 0 \tag{1.2}$$
$$f'(\infty) = 1 \tag{1.3}$$

formano un problema ai limiti non lineare del terz'ordine. Esso può essere ricondotto ad un sistema non lineare di ordine più basso (secondo o primo) tramite l'introduzione di variabili ausiliarie. Qui ci fermiamo al second'ordine:

$$fu' + 2u'' = 0 \tag{1.4}$$
$$f' - u = 0 \tag{1.5}$$

con condizioni al contorno

$$f(0) = 0, \qquad u(0) = 0, \qquad u(\infty) = 1 \tag{1.6}$$

Evidentemente, ai fini della soluzione numerica, l'equazione che rimpiazza la condizione al contorno per f all'infinito è $f'(\infty) = u(\infty) = 1$.

Siccome le derivate sono maggiori in prossimità della parete ($y = 0$), per risolvere numericamente l'equazione di Blasius addesiamo i punti in corrispondenza di $y = 0$. Per le derivate (prima e seconda) sulla griglia equispaziata si utilizzando le stesse idee viste nel caso del sistema di equazioni alle derivate parziali ottendo il sistema discretizzato

$$f_i \frac{u_{i+1} - u_{i-1}}{y_{i+1} - y_{i-1}} + 2 \frac{\frac{u_{i+1}-u_i}{y_i - y_{i-1}} - \frac{u_i - u_{i-1}}{y_i - y_{i-1}}}{\frac{y_{i+1}-y_{i-1}}{2}} = 0 \tag{1.7}$$

$$\frac{f_{i+1} - f_{i-1}}{y_{i+1} - y_{i-1}} - u_i = 0, \tag{1.8}$$

che viene risolto utilizzando il metodo di Newton.

Esercizio 1.9 *Scrivere un proprio script (in Octave o Matlab) che risolva il problema dato senza l'utilizzo di cicli.*

Esercizio 1.10 *Confrontare i risultati ottenuti con lo script che risolve l'equazione di Blasius con quelli ottenuti con lo script che risolve le equazioni dello strato limite su lamina piana marciando da* $x = 0$ *a* $x = 1$.