

# Formulario di Geometria Analitica

## a.a. 2006-2007

Dott. Simone Zuccher

23 dicembre 2006

**Nota.** Queste pagine potrebbero contenere degli errori: chi li trova è pregato di segnalarli all'autore ([zuccher@sci.univr.it](mailto:zuccher@sci.univr.it)).

## Indice

<b>1</b>	<b>Geometria Analitica</b>	<b>1</b>
1.1	Il piano cartesiano . . . . .	1
1.2	La retta . . . . .	1
1.3	La circonferenza . . . . .	2
1.4	La parabola . . . . .	2
1.5	L'ellisse . . . . .	3
1.6	L'iperbole . . . . .	4
1.7	L'iperbole equilatera . . . . .	5

# 1 Geometria Analitica

## 1.1 Il piano cartesiano

Punto medio di un segmento  $M\left(\frac{x_1 + x_2}{2}; \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$   $(x_1; y_1), (x_2; y_2)$  coordinate estremi

Distanza tra due punti  $\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$   $(x_1; y_1), (x_2; y_2)$  coordinate punti

## 1.2 La retta

Definizione: nessuna perché è un *ente primitivo*.

Forma implicita	$ax + by + c = 0$	tutte le rette
	$x = -\frac{c}{a} = k$	retta verticale ( $b = 0$ )
	$y = -\frac{c}{b} = h$	retta orizzontale ( $a = 0$ )
Forma esplicita	$y = mx + q$ $m = -\frac{b}{a}, q = -\frac{c}{a}$	non comprende rette verticali perché sono espressioni valide solo se $a \neq 0$
Date due rette	$ax + by + c = 0$ e $a'x + b'y + c' = 0$	si ha:
	$\frac{a}{a'} \neq \frac{b}{b'}$	rette incidenti (una intersezione)
	$\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} \neq \frac{c}{c'}$	rette parallele (nessuna intersezione)
	$\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'}$	rette coincidenti (infinite intersezioni)
Date due rette	$m = m_1x + q_1$ e $y = m_2x + q_2$	si ha:
	$m_1 = m_2$	rette parallele
	$m_1 m_2 = -1 \Leftrightarrow m_1 = -\frac{1}{m_2}$	rette perpendicolari
Retta per un punto	$y - y_0 = m(x - x_0)$	$(x_0; y_0)$ coordinate del punto
Retta per due punti	$\frac{y - y_1}{y_2 - y_1} = \frac{x - x_1}{x_2 - x_1}$	$(x_1; y_1)$ e $(x_2; y_2)$ coordinate dei punti
Distanza punto retta	$d = \frac{ ax_0 + by_0 + c }{\sqrt{a^2 + b^2}}$	Nota: retta in forma implicita

### 1.3 La circonferenza

Definizione: luogo geometrico dei punti del piano per i quali la distanza da un punto fisso detto *centro* è costante e congruente ad un segmento detto *raggio*.

Equazione noti centro $C(x_0; y_0)$ e raggio $r$	$(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 = r^2$
Equazione canonica	$x^2 + y^2 + \alpha x + \beta y + \gamma = 0$ $C\left(-\frac{\alpha}{2}; -\frac{\beta}{2}\right)$ $r = \sqrt{\left(-\frac{\alpha}{2}\right)^2 + \left(-\frac{\beta}{2}\right)^2 - \gamma}$

### 1.4 La parabola

Definizione: luogo geometrico dei punti del piano equidistanti da un punto fisso detto *fuoco* e da una retta fissa detta *direttrice*.

La figura così ottenuta ha un *asse di simmetria*. Il punto di intersezione tra l'asse di simmetria e la figura stessa è detto *vertice*.

Asse parallelo all'asse delle ordinate	$y = ax^2 + bx + c$	$a > 0 \Leftrightarrow \cup, a < 0 \Leftrightarrow \cap$
Posto $\Delta = b^2 - 4ac$ , si ha	$V\left(-\frac{b}{2a}; -\frac{\Delta}{4a}\right)$	Vertice
	$F\left(-\frac{b}{2a}; \frac{1 - \Delta}{4a}\right)$	Fuoco
	$x = -\frac{b}{2a}$	Asse di simmetria
	$y = -\frac{1 + \Delta}{4a}$	Direttrice
Asse parallelo all'asse delle ascisse	$x = ay^2 + by + c$	$a > 0 \Leftrightarrow (, a < 0 \Leftrightarrow \cup)$
	$V\left(-\frac{\Delta}{4a}; -\frac{b}{2a}\right)$	Vertice
	$F\left(\frac{1 - \Delta}{4a}; -\frac{b}{2a}\right)$	Fuoco
	$y = -\frac{b}{2a}$	Asse di simmetria
	$x = -\frac{1 + \Delta}{4a}$	Direttrice

## 1.5 L'ellisse

Definizione: luogo geometrico dei punti del piano per i quali è costante la somma delle distanze da due punti fissi detti *fuochi*.

La figura così ottenuta ha due *assi di simmetria* (o più semplicemente assi), il maggiore dei quali è detto asse maggiore (su di esso si trovano i fuochi) e l'altro asse minore. Il punto di intersezione degli assi è detto *centro*, i punti di intersezione tra gli assi e la figura stessa sono detti *vertici*.

Riferita a rette parallele agli assi	$\frac{(x - x_0)^2}{a^2} + \frac{(y - y_0)^2}{b^2} = 1$	Centro $O'(x_0; y_0)$
	$mx^2 + ny^2 + px + qy + r = 0$	$\left\{ \begin{array}{l} mn > 0 \\ \frac{p^2}{4m} + \frac{q^2}{4n} - r > 0 \\ O' \left( -\frac{p}{2m}; -\frac{q}{2n} \right) \end{array} \right.$
Riferita agli assi	$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1, \quad a > b \Leftrightarrow$	Fuochi sull'asse $x$ , $a$ semiasse maggiore $b$ semiasse minore
	$F(\pm\sqrt{a^2 - b^2}; 0)$	Coordinate dei fuochi
	$V(\pm a; 0), V(0; \pm b)$	Coordinate dei vertici
Riferita agli assi	$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1, \quad a < b \Leftrightarrow$	Fuochi sull'asse $y$ , $a$ semiasse minore $b$ semiasse maggiore
	$F(0; \pm\sqrt{b^2 - a^2})$	Coordinate dei fuochi
	$V(\pm a; 0), V(0; \pm b)$	Coordinate dei vertici

## 1.6 L'iperbole

Definizione: luogo geometrico dei punti del piano per i quali è costante la differenza delle distanze da due punti fissi detti *fuochi*.

La figura così ottenuta ha due *assi di simmetria*. L'asse che interseca la figura stessa è detto *asse trasverso* (su di esso si trovano i fuochi) e l'altro *asse non trasverso*. Il punto di intersezione degli assi è detto *centro*, i punti di intersezione tra l'asse trasverso e la figura stessa sono detti *vertici*. Esistono due rette, detti *asintoti*, tali che la distanza tra ciascuna di esse e i punti dell'ellisse tende a zero al tendere all'infinito di  $x$  o  $y$ .

Riferita a rette parallele agli assi	$\frac{(x - x_0)^2}{a^2} - \frac{(y - y_0)^2}{b^2} = 1$	$\left\{ \begin{array}{l} \text{Centro } O'(x_0; y_0) \\ \text{Asse trasverso orizzontale} \end{array} \right.$
--------------------------------------	---	---

	$\frac{(x - x_0)^2}{a^2} - \frac{(y - y_0)^2}{b^2} = -1$	$\left\{ \begin{array}{l} \text{Centro } O'(x_0; y_0) \\ \text{Asse trasverso verticale} \end{array} \right.$
--	--	---

	$mx^2 + ny^2 + px + qy + r = 0$	$\left\{ \begin{array}{l} mn < 0 \\ O' \left( -\frac{p}{2m}; -\frac{q}{2n} \right) \end{array} \right.$
--	---------------------------------	---

	$\frac{p^2}{4m} + \frac{q^2}{4n} - r > 0$	Asse trasverso orizzontale
--	---	----------------------------

	$\frac{p^2}{4m} + \frac{q^2}{4n} - r < 0$	Asse trasverso verticale
--	---	--------------------------

Riferita agli assi	$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$	$a$ semiasse trasverso $b$ semiasse non trasverso
--------------------	---	--

	$F(\pm\sqrt{a^2 + b^2}; 0)$	Coordinate dei fuochi
--	-----------------------------	-----------------------

	$V(\pm a; 0)$	Coordinate dei vertici
--	---------------	------------------------

	$y = \pm \frac{b}{a}x$	Equazioni degli asintoti
--	------------------------	--------------------------

Riferita agli assi	$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = -1$	$a$ semiasse non trasverso $b$ semiasse trasverso
--------------------	--	--

	$F(0; \pm\sqrt{a^2 + b^2})$	Coordinate dei fuochi
--	-----------------------------	-----------------------

	$V(0; \pm b)$	Coordinate dei vertici
--	---------------	------------------------

	$y = \pm \frac{b}{a}x$	Equazioni degli asintoti
--	------------------------	--------------------------

## 1.7 L'iperbole equilatera

Definizione: iperbole con semiassi congruenti, ossia  $a = b$ .

Riferita agli assi	$x^2 - y^2 = a^2$ $F(\pm a\sqrt{2}; 0)$ $V(\pm a; 0)$ $y = \pm x$	Fuochi sull'asse $x$ Coordinate dei fuochi Coordinate dei vertici Equazioni degli asintoti
Riferita agli assi	$x^2 - y^2 = -a^2$ $F(0; \pm a\sqrt{2})$ $V(0; \pm a)$ $y = \pm x$	Fuochi sull'asse $y$ Coordinate dei fuochi Coordinate dei vertici Equazioni degli asintoti
Riferita ai propri asintoti	$xy = k \quad k > 0, \quad \Leftrightarrow$ $F_1(\sqrt{2k}; \sqrt{2k}), F_2(-\sqrt{2k}; -\sqrt{2k})$ $V_1(\sqrt{k}; \sqrt{k}), V_2(-\sqrt{k}; -\sqrt{k})$ $x = 0, \quad y = 0$	occupa il I e III quadrante Coordinate dei fuochi Coordinate dei vertici Equazioni degli asintoti
Riferita ai propri asintoti	$xy = k \quad k < 0, \quad \Leftrightarrow$ $F_1(-\sqrt{-2k}; \sqrt{-2k}), F_2(\sqrt{-2k}; -\sqrt{-2k})$ $V_1(-\sqrt{-k}; \sqrt{-k}), V_2(\sqrt{-k}; -\sqrt{-k})$ $x = 0, \quad y = 0$	occupa il II e IV quadrante Coordinate dei fuochi Coordinate dei vertici Equazioni degli asintoti
Funzione omografica	$y = \frac{ax + b}{cx + d}$ $\left(-\frac{d}{c}; \frac{a}{c}\right)$ $x = -\frac{d}{c}, \quad y = \frac{a}{c}$	$c \neq 0, \quad ad - bc \neq 0$ Coordinate del centro Equazioni degli asintoti